

3 算数・数学科

(1) 算数・数学科における思考力・判断力・表現力の育成と評価の実態

ア 言語活動の充実の考え方

算数・数学科における思考力・判断力・表現力を育てていくためには、数学的な表現を用いて解決の方法を考えたり、自分の考えを筋道立てて説明したりする活動や、根拠を明らかにしながら自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりする活動などを、1単位時間の学習過程において、学習する内容を基に適切に設定し、言語活動を充実することが大切である(表5)。

表5 1単位時間の学習過程における言語活動例

学習過程	言語活動例
課題把握の段階	学習課題からその事象の意味を分析する活動 試行し、既習と未習とを意識し、問題点を明らかにする活動
相互解決の段階	言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、 自分の考えを伝え合う活動
振り返り・まとめの段階	自分の考えの深まりや相手の考えのよさを説明し、学習を振り返り、まとめる活動

特に、自分の考えを伝え合う活動に取り組ませる場合は、伝え合う内容や児童生徒の実態に応じて、数学的な表現を用いて自分の考えを表現させることやペア学習・グループ学習などを位置付けることなど、言語活動の充実について検討することが大切である。

イ 実態調査の結果と考察

平成23年度の実態調査の結果から、次の点が明らかになった。

「思考・判断・表現」に関する評価は、どの校種も「記述式のテスト」、「授業中のノートやワークシート」を中心に組み込まれている。また、授業中の児童生徒の発言や話合いの内容による評価は、小学校や特別支援学校でよく組み込まれているのに対し、高等学校では30%程度の取組にとどまっている(図20)。

「思考・判断・表現」の評価は、指導に生かすために、どの校種においても児童生徒の考えを授業中に見取る評価方法を検討することが課題であると考えられる。

評価の判断については、中学校の60%以上で、判断するための基準を定めて評価に取り組んでいるのに対し、他の校種では、評価規準を用いて評価している学校が多い(図21)。しかし、自由記述による回答によると、「思考・判断・表現」の評価を評価規準で判断している教師の意識は、判断するのに迷ったり、

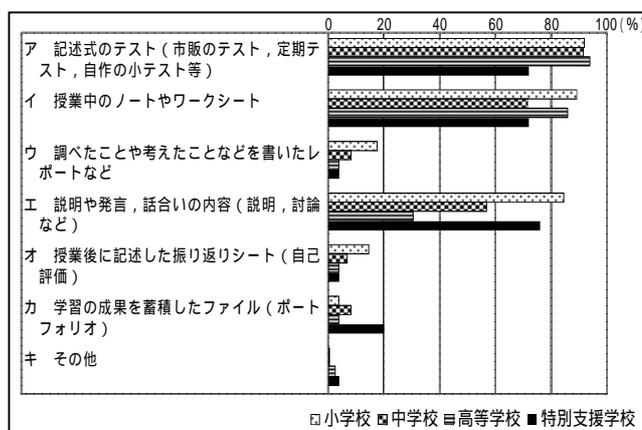


図20 算数・数学科における評価の資料

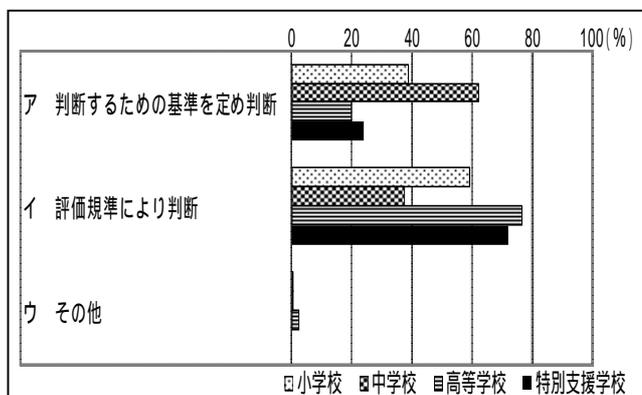


図21 算数・数学科における評価の判断

主観的な評価になっていると感じたりしており、「思考・判断・表現」の評価に対して不安感を抱いているという実態があった。このことから、評価規準と併せて、判断の基準となるものの設定についても課題であると考えられる。

(2) 算数・数学科における「思考・判断・表現」の評価

ア 「思考・判断・表現」の観点

この観点の評価に当たっては、「数学的な考え方」「数学的な見方や考え方」の評価を確実に進めることが大切である。正しく答えを求めたり、式に表現したりするだけで評価するのではなく、図や表、グラフなどの数学的な表現を用いて説明したり、論述したりするなどの言語活動を通して、総括的に評価することが適切である。また、現行の学習指導要領から、「数学的な考え方」「数学的な見方や考え方」に関する評価の趣旨の中に、「そのことから考えを深めたりする」「その過程を振り返って考えを深めたりする」と新たに付け加えられており、その内容も加味して評価することが大切である。

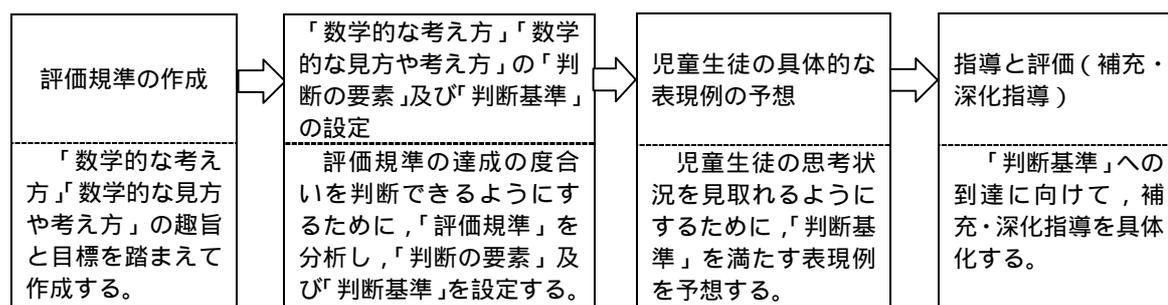
校種	評価の観点	趣旨
小学校	数学的な考え方	日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。
中学校	数学的な見方や考え方	事象を数理的に捉えて論理的に考察したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。
高等学校	数学的な見方や考え方	事象を数理的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身に付けている。

「思考・判断・表現」を評価することは、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察するなどの思考・判断した内容と表現する活動とを一体的に評価することを意味している。

イ 「判断基準」の設定の在り方

「数学的な考え方」「数学的な見方や考え方」に対する評価については、知識や技能が正しく活用されていることだけでは、評価として不十分である。事柄と事柄を結び付けている状況を把握するために、言葉や数、式、図などに表現させたり、根拠を明らかにしながら分かりやすく説明させたりするなどして評価することが大切である。

そこで、算数・数学科においても、具体的な「判断の要素」及び「判断基準」を設定することで、児童生徒の思考状況を適切に見取ることができるとともに、その状況に応じた具体的な指導ができると考える。「判断基準」の設定に当たっては、単元の評価規準を基に、次のような手順で行う。



【「判断基準」の設定例 (中学校第2学年単元「連立方程式」)】

評価規準【数学的な見方や考え方】	
連立二元一次方程式を解く過程を振り返り，加減法による求め方を分かりやすく説明することができる。	
評価時期及び評価の対象	
14時間構成の第2時 自力解決において，図での操作と式での解き方を考えている場面や発表している場面で評価する。 ワークシートに記述した図や式，グループ学習における発言等を観察する。	
判断の要素	
ア 一方の図を消去すること イ 一方の文字を消去すること } 数学的な表現	
尺度	判断基準
B	ア 図を使って一方の図を消去することにより，解を求め，説明することができる。 イ 立式して，一方の文字を消去することにより，解を求め，説明することができる。 (予想される生徒の表現例)
	ア ホットドッグ：ホ，アイスクリーム：ア とする 商品とその値段の関係を図に表す ホホホアア = 980円 ホア = 380円 ホホホアア = ホ + ホア + ホア = ホ + 380 + 380 = 980 だからホ = 220円 ア = 380 - ホ よってア = 160円 イ ホットドッグ1個の値段をx円，アイスクリーム1個の値段をy円とおく $3x + 2y = 980\dots$, $x + y = 380\dots$ $\begin{array}{r} - \quad \times 2 \\ 3x + 2y = 980 \\ -) 2x + 2y = 760 \\ \hline x = 220 \end{array}$ $\begin{array}{l} x = 220 \text{ を } \text{に代入する} \\ 220 + y = 380 \\ y = 160 \end{array}$
C状況の生徒への指導	【アへの補充指導】 ・ 商品とその値段の関係を簡単な図に置き換えて，表現させる。 ・ ホットドッグ1個とアイスクリーム1個を一つのまとまりとして捉えて，考えさせる。 【イへの補充指導】 ・ 図の上に文字カードを置き，文字と図との関係を視覚的に理解しやすくする。 ・ 二つの文字のどちらかを消すために，どちらかの商品の個数をそろえればよいことに気付かせる。
A	・ 図を使った考え方と式を使った考え方の共通点や相違点を述べる ことができる。
B状況の生徒への指導	【深化指導】 ・ 分からない数が二つある場合，どのように答えを求めたか，振り返らせる。

本時の「数学的な見方や考え方」に関連する内容を基に作成する。

評価の時期と場面，評価の対象と方法を明確にする。

評価規準の中にある解決方法に関わる要素の部分を明確にする。

判断の要素の各項目について，「おおむね満足できる」状況として具体化する。

判断基準Bの考えが数学的な表現で表出されることを念頭に置き，具体的な生徒の表現例を予想する。

判断基準Bを達成できなかった生徒に対しての補充指導を具体化する。

判断基準Bを更に細かくみたり，新たな視点を加えたりして基準を設定する。

判断基準Bに到達した生徒に対する深化指導を具体化する。

(3) 「判断基準」に基づく指導と評価

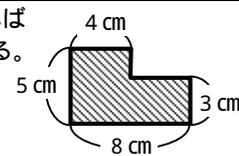
ア 「判断基準」に基づく指導の考え方

「判断基準」に基づいた指導をするために，単元内において「数学的な考え方」「数学的な見方や考え方」が評価しやすい指導内容を明らかにし，どの場面でどのような方法で評価するのかを検討することが大切である。また，「判断基準」の設定と併せて，児童生徒の表現例を予想することで，どのような指導をすればよいか具体的な手立てについて考えることができる。

例えば，小学校第4学年単元「面積」では，表6のような「判断基準」や児童の表現が予想される。

表6 小学校 第4学年単元「面積」における「判断基準」と予想される児童の表現例

評価規準	複合図形の面積が、長方形や、長方形の和や差で求められると考えている。	
判断の要素	ア 複合図形を二つの長方形（正方形）で構成されていると捉える。 イ 複合図形を大きな長方形（正方形）と、もともとなかった部分の長方形（正方形）で構成されていると捉える。	
判断基準	B	ア 複合図形の面積を求めるためには、二つの長方形（正方形）に分ければよいと考え、長方形（正方形）の面積を求める公式を用いて面積を求める。 イ 複合図形の面積を求めるためには、大きな長方形（正方形）からもともとなかった部分の長方形（正方形）を取り除けばよいと考え、長方形（正方形）の面積を求める公式を用いて面積を求める。
	A	判断基準Bを基に、新たな考えを加えて計算で面積を求める方法を考えている。 本時の考えを使って面積が求められる複合図形を考え出したり、実際に面積が求められるか検討したりしている。



B状況であると予想される児童の具体的な表現例

判断基準B	図	言葉	式
判断基準BのAから導き出した考え		図形を縦に切り、二つの長方形と考えます。それぞれの長方形の面積を、公式を使って計算すると、 20 cm^2 と 12 cm^2 になるので、二つの面積を足すと、 32 cm^2 です。	$4 \times 5 = 20\text{ (cm}^2\text{)}$ $4 \times 3 = 12\text{ (cm}^2\text{)}$ $20 + 12 = 32\text{ (cm}^2\text{)}$
		図形を横に切り、二つの長方形と考えます。それぞれの長方形の面積を、公式を使って計算すると、 8 cm^2 と 24 cm^2 になるので、二つの面積を足すと、 32 cm^2 です。	$2 \times 4 = 8\text{ (cm}^2\text{)}$ $3 \times 8 = 24\text{ (cm}^2\text{)}$ $8 + 24 = 32\text{ (cm}^2\text{)}$
判断基準Bのイから導き出した考え		縦が 5 cm 、横が 8 cm の長方形の面積を求めると、 40 cm^2 になります。もともとなかった部分の長方形の面積は 8 cm^2 になるので、 40 cm^2 から 8 cm^2 を引くと、 32 cm^2 です。	$5 \times 8 = 40\text{ (cm}^2\text{)}$ $2 \times 4 = 8\text{ (cm}^2\text{)}$ $40 - 8 = 32\text{ (cm}^2\text{)}$

表6のような児童の表現を予想するためには、本時の内容の分析と併せて、本時に関連する主な既習内容を明らかにすることが大切である(表7)。そうすることで、本時に至るまでの主な既習内容についての具体的な指導を表8のように考えることができる。

表7 本時に関連する主な既習内容

広さに対する概念(1, 4年)
量の加法性, 保存性(2, 3, 4年)
長方形や正方形の面積の求め方(4年)

表8 本時に至るまでの具体的な指導(例)

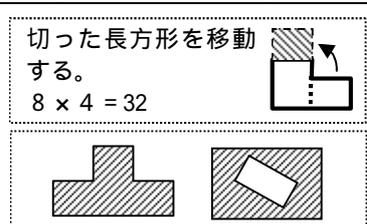
本単元に至るまでの指導	広さに対する概念が身に付いているか、量には加法性や保存性があることを理解しているか、児童の実態を把握し、授業や家庭学習等での学び直しの機会を設定する。
本単元における本時に至るまでの指導	広さのあるものの上に 1 cm^2 を敷き詰めたり、大きさが 1 cm^2 になる図形をかいたりする活動に取り組み、量の加法性や保存性についての理解を深めさせる。 1 cm^2 を敷き詰めた長方形や正方形の面積の求め方を理解させ、利用させる中で公式のよさに気付かせる。

イ 「思考・判断・表現」の見取りと補充・深化指導

「思考・判断・表現」は、児童生徒が自分の考えを表出しやすい場(見通しをもたせる場、自力解決の場、自分の考えを説明する場等)、学年や児童生徒の実態、内容等に応じて、考えが見えやすい方法(操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現等)で表現させ、見取るようにする。補充指導は、本時に関連する既習内容(表7)の側面から、表9のような指導により、判断基準Bから導き出した考えに気付かせていく。深化指導は、判断基準Aを踏まえて、新たな解決方法や本時で見いだした考えと、これまでに学んだ考えとの関連性に気付かせたり、活用できる場面や内容を発展的に考え出させたりするような指導を行う。

表9 具体的な補充・深化指導(例)

補充指導	<ul style="list-style-type: none"> どのような図形だったら計算で面積を求めることができるのか考えさせる。 複合図形に線を引かせ、複合図形の中から長方形や正方形を見付けさせたり、つくらせたりする。
深化指導	<ul style="list-style-type: none"> 判断基準BのA, イ以外に、新たな求め方を考えさせる。 本時の考えを使って求められる、他の複合図形を考えさせる。



(4) 各学校の実践例

ア 小学校第6学年 単元「立体の体積」

(ア) 単元及び本時の概要

本単元では、既習の直方体の求積公式を新しい視点で捉え直し、角柱や円柱の求積公式を導き出すことをねらいとしている。本時では、四角柱や三角柱の求積方法について算数的活動を通して「底面積×高さ」とまとめ、これを統合的に角柱の求積公式として一般化する。

(イ) 単元の評価規準

算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての技能	数量や図形についての知識・理解
直方体以外の四角柱や三角柱など、いろいろな角柱や円柱の体積の求め方を見いだそうとしている。	既習の直方体の体積の求め方を見つめ直し、底面積と体積との関係から角柱や円柱の求積公式を導き出している。	角柱や円柱の求積公式を正しく適用して体積を求めている。	角柱や円柱の体積は、「底面積×高さ」で求められる原理を理解している。

(ウ) 「判断基準」

評価時期及び評価の対象	
5時間構成の第2時	四角柱の求積方法に関する記述とその説明を基に評価する。
尺度	判断基準
B	<p>どのような四角形でも長方形に変形できることから、どのような四角柱も「底面積×高さ」で求積できることに気付き、説明することができる。</p> <p>(予想される児童の表現例)</p> <ul style="list-style-type: none"> 底面が台形の四角柱でも、台形は長方形に変形できるから直方体の求積公式「底面積×高さ」と考えて計算することができる。 底面がひし形の四角柱でも、ひし形は長方形に変形できるから「底面積×高さ」が使える。 どのような四角柱の体積も「底面積×高さ」で求められる。
A	<p>(判断基準Bに加えて)</p> <p>求積方法を考える図形を四角柱から五角柱、六角柱に拡張し、等積・倍積変形の考えや、四角柱の求積方法から類推的に「底面積×高さ」を活用しようとしている。</p>

B状況、C状況の児童に対する補充・深化指導については、(オ)考察で述べる。

(エ) 本時の実際

過程	学習活動	教師の働き掛け	「思考・判断・表現」の評価 補 補充指導 深 深化指導
導入	<p>1 学習課題と出会う。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">底面が平行四辺形の四角柱の体積を求めましょう。</p> <p>2 学習問題をつかむ。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">四角柱の体積は、どのようにして求めればよいのだろうか。</p>	底面に斜辺のある平行四辺形の四角柱を取り上げ、四角柱の求積公式の一般化を目指す学習問題に焦点化する。	
展開	<p>4 底面が平行四辺形の四角柱の体積の求め方を考える。</p> <p>(1) 直方体に変形する。</p> <p>(2) 直方体の求積公式を適用して体積を求める。</p> <p>5 底面が台形やひし形の四角柱の求積方法を考える。</p> <p>6 三角柱の求積方法を考える。</p>	底面が平行四辺形の四角柱も直方体に変形すればよいことに気付かせるために、既習内容である等積・倍積変形によって面積を求めたことについて想起させる。	<p>補 平行四辺形や台形などを長方形にする方法を想起させる。</p> <p>補 紙の図形を提示し、長方形になるように実際に切らせる。面積の学習で学んだ、等積・倍積変形を使って、四角柱を直方体に変形できることを説明できたか。</p>
終末	<p>7 角柱の求積公式を一般化する。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">角柱の体積 = 底面積 × 高さ</p>	底面が五角形や六角形の体積の求め方を既習の図形に変形できることを基に、説明させる。	<p>深 底面が五角形、六角形の体積の求め方を考えさせる。角柱の求積公式をまとめることができたか。</p>

(オ) 考察

「判断基準」による指導

「判断基準」に基づき、四角柱の体積の求め方を考えさせたり、説明させたりする際、本時に関連する既習内容（等積・倍積変形の考えなど）に着目させた。その結果、底面がいろいろな形をしている四角柱は直方体に変形できることについて見通しをもったり、「底面積×高さ」の公式で求積できることに気付き、根拠をもって説明したりすることができた。

「判断基準」による見取りと補充・深化指導

補充指導では、自力解決に向けて既習内容と関連付けて考えることができない状況にある児童に対して、四角柱の体積の求め方に気付かせるために、事前に渡していた「おたすけマンカード」（図22）を参考にさせ、等積変形・倍積変形について想起させた。さらに、平行四辺形はどこを切って移動すれば長方形に変形できるか、実際に図形を操作させる活動などにも取り組ませた。

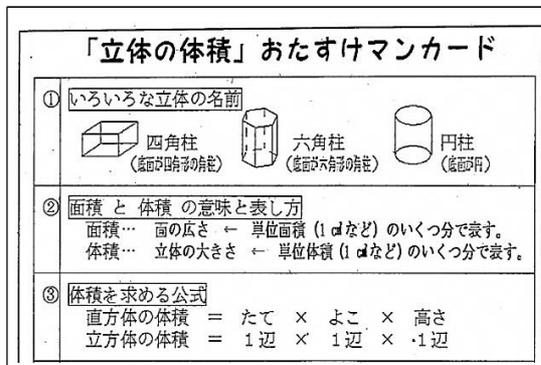


図22 おたすけマンカード

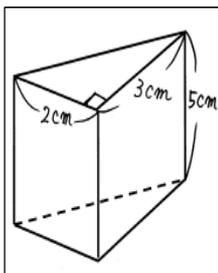


図23 提示した三角柱

<p>$2 \times 3 \div 2 \times 5$と式化した児童への指導</p> <p>公式を利用して求めているが、なぜその式でよいのか説明させる場を設定し、その内容でB状況であるのかを見取るようにした。</p>	<p>$2 \times 3 \times 5 \div 2$と式化した児童への指導</p> <p>倍積変形の考えを使っていることが見取れたので、補充指導として、底面積×高さという考えだどどのような式になるのか考えさせた。</p>
---	--

角柱の体積の求め方「底面積×高さ」について理解し、説明できるかを見取るために、図23のような三角柱の体積を求めさせた。式だけでなく、質問などからも児童の考えを見取り、指導に生かした。

深化指導では、五角柱や六角柱の体積の求め方について、グループで考えさせた。児童はノートに五角柱や六角柱を作図しながら話し合い、図24のように補助線を引けば、五角柱や六角柱は四角柱や三角柱に分けられること気付いた。そして、五角柱も六角柱も「底面積×高さ」と考えてよいことを、図を使って説明していた。その姿から、A状況であることを見取ることができた。

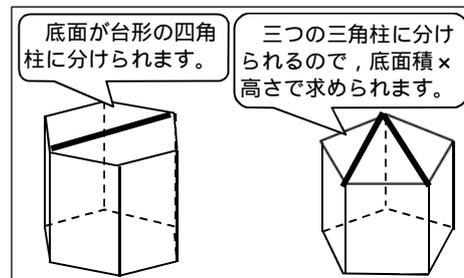


図24 体積の求め方についての児童の考え

(カ) 成果と課題

「判断基準」を作成することで、本時での数学的な考え方について具体的な分析ができ、それに焦点を当てた教材研究を行うことができた。また、どの場でどのような方法で、評価するかを明確にすることができた。

問題解決に必要な既習内容を一覧表にまとめたもの（おたすけマンカード等）を作成し、それを基に、既習内容を振り返らせることが補充指導につながった。

「判断基準」を用いた評価をする場では、評価と指導をより充実させることができるように、じっくりと考えさせる時間を確保する必要がある。また、より一層思考を深めるためにペアやグループなど学習形態を工夫する必要がある。

補充・深化指導を限られた時間で行うための効率的な評価方法について、更に研究していく必要がある。

イ 中学校第2学年 単元「一次関数」

(ア) 単元及び本時の概要

本単元は、「関数」領域の「一次関数」の学習である。本時は、「一次関数の利用」で、二つの数量関係の変化やその特徴から式を求め、グラフをかき、その特徴を説明する学習である。図、表、数学の記号など数学的な表現を用いて互いの考えを説明し合う活動を取り入れ、一次関数についての「数学的な見方や考え方」の育成を図る。

(イ) 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
様々な事象を一次関数として捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに興味をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	一次関数についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	一次関数の関係を表、式、グラフを用いて的確に表現したり、二元一次方程式を関数関係を表す式とみてグラフに表したりするなど、技能を身に付けている。	事象の中には一次関数として捉えられるものがあることや、一次関数の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身に付けている。

(ウ) 「判断基準」

評価時期及び評価の対象	
18時間構成第12時 ワークシートの記述や二つの数量の関係式を求める方法についてグループで説明している様子などを基に評価する。	
尺度	判断基準
B	ア 変域ごとに一次関数の式を求めることができる。(点Pの位置によって分ける。)
	イ 二つの数量の関係を変域に応じてグラフをかき、式と関連させ、その特徴を説明することができる。(予想される生徒の表現例) ・ 点PがAB上、BC上、CD上にあるとき、それぞれの三角形の面積(y)を底辺と高さに着目して、それぞれの式を求める。 ・ 点PがAB上、BC上、CD上にあるときの変域に注意して、求めた式や表からグラフをかく。
A	(判断基準Bに加えて) 二つの数量の関係を表、式、図、表、グラフなどと関係付けて、その特徴を説明することができる。

B状況、C状況の生徒に対する補充・深化指導については、(オ)考察で述べる。

(エ) 本時の実際

過程	学習活動	教師の働き掛け	「思考・判断・表現」の評価 補 補充指導 深 深化指導
導入	1 本時の学習課題を確認する。 2 面積がどのように変化しているかを、図形を使って考える。	ワークシートに図をかかせ、面積の変化を考えさせる。 【学習課題】 右の図の長方形ABCDで、点PはAを出発して、辺上をB、Cを通してDまで動く。点PがAからxcm動いた時のAPDの面積をycm ² として、APDの面積はどのように変化するだろうか。	補 デジタル教材で点Pの動きを全体で確認する。
	3 APDの図形を、点Pが、辺AB上、辺BC上、辺CD上にある場合に分け、xとyの関係を式で表す。 4 全体で図を確認する。 5 変域を考えながら、グラフをかく。 6 グループで式やグラフを確認する。 7 全体で確認する。	変域について確認し、場合分けをして二つの数量の關係に気付かせる。 図や表を基に、二つの数量の關係(底辺、高さ)がどのように変化しているかに気付かせる。 ワークシートにかかれた図や表、式を基に、グラフをかかせる。 表、グラフについても、式と関連付けて考えられるようにする。	補 二つの数量の關係を捉えられない生徒には、その關係について表を使って考えるよう指導する。 補 三角形の面積の公式を想起させ、APDの面積と高さの關係を式で考えさせる。 二つの数量の關係が一次関数であるかどうかを判断し、その変化や特徴を説明することができたか。 深 課題を解決した生徒は、式とグラフを関連させ、考察させる。

(オ) 考察

「判断基準」による指導

「判断基準」に基づき、変域ごとに一次関数の式を求めさせたり、グラフと式を関連付けさせたりする際に、本時に関連する既習内容（式の求め方、一次関数の特徴など）に着目させた。その結果、図、式、グラフなどの数学的な表現を用い、APDの面積の変化について、根拠を明らかにしながら分かりやすく説明することができた。

「判断基準」による見取りと補充・深化指導

「判断基準」を基に、ワークシートの記述や、根拠を明らかにして筋道立てて説明する活動を中心に、以下のように評価し、指導を行った。

B 状況の生徒のワークシート

点PがAB上 $0 \leq x \leq 3$
 $y = 4x \div 2$
 $y = 2x$

点PがBC上 $3 \leq x \leq 7$
 $y = 4 \times 3 \div 2$
 $y = 6$

点PがCD上 $7 \leq x \leq 10$
 $y = (10-x) \times 4 \div 2$
 $y = (40-4x) \div 2$
 $y = 20-2x$

「判断基準」に基づく見取り・評価
 点Pが、AB上、BC上、CD上にあるとき、図を基に底辺や高さを意識しながら立式できていた。また、変域ごとにグラフをかき、説明できていたため、B状況に達していると考えられる。（生徒のかいたグラフは省略）
 【深化指導】
 課題を解決した生徒には、式とグラフを関係付けながら説明できるように考察させた。

C 状況の生徒のワークシート

点PがAB上 $D \leq x \leq 3$

0	$y=0$
1	$y=2$
2	$y=4$
3	$y=6$

点PがBC上 $3 \leq x < 7$

3	$y=6$
4	$y=6$
5	$y=6$
6	$y=6$
7	$y=6$

点PがCD上 $7 \leq x \leq 10$

7	$y=2 \times 3$ $y=6$
8	$y=2 \times 2$ $y=4$
9	$y=2 \times 1$ $y=2$
10	$y=2 \times 0$ $y=0$

「判断基準」に基づく見取り・評価
 点Pが、AB上、BC上にあるとき、図を基に具体的な数値からAPDの面積の変化をイメージできていたが、立式できていなかったため、B状況に達していないと考えられる。
 【補充指導】
 （底辺）×（高さ）÷2の式を想起させ、APDの面積と高さの関係を文字で捉えさせ、式で考えさせるようにした。二つの数量関係の変化をつかめず、解決の糸口を見いだせない生徒へは、表を基に考えさせるようにした。

A 状況の生徒のワークシート

点PがAB上 $0 \leq x \leq 3$
 $y = 4x \div 2 = 2x$

点PがBC上 $3 \leq x \leq 7$
 $y = 4 \times 3 \div 2 = 6$

点PがCD上 $7 \leq x \leq 10$
 $y = 4 \times (10-x) \div 2 = 20-2x$

グラフ: $y(\text{cm}^2)$ vs $x(\text{cm})$
 $0 \leq x \leq 3 \Rightarrow$ xが1増加するたびに 2cm^2 増加 $\Rightarrow y=2x$ のグラフ $0 \leq y \leq 6$
 $3 \leq x \leq 7 \Rightarrow$ xが変化してもyの値が変わらず 6cm^2 のまま $\Rightarrow y=6$ のグラフ
 $7 \leq x \leq 10 \Rightarrow$ xが1増加するたびに 2cm^2 減少 $\Rightarrow y=20-2x$ のグラフ $0 \leq y \leq 6$

「判断基準」に基づく見取り・評価
 点Pが、AB上、BC上、CD上にある場合を踏まえ、図や式などと関連付けながらグラフをかき、グラフと式を基に、その特徴を説明することができていたため、A状況に達していると考えられる。

(カ) 成果と課題

「判断基準」を設定することで、生徒一人一人の考えを具体的に予想できた。また、補充指導と深化指導の手立てが事前に準備でき、生徒の思考を深めるために有効であった。

「判断基準」を基に、自分の考えをまとめる活動で表や図、式等を関連させながら、ワークシートに記入させたので、生徒間で自分の考えを説明し合う場面が多く見られた。

補充指導を更に充実させるためには、全体での共有化と個別指導とのバランスを考えながら指導する必要がある。また、評価と指導をより充実させることができるように、生徒の実態を細かに分析する必要がある。

ウ 高等学校第1学年 単元「確率」

(ア) 単元及び本時の概要

本単元は、確率について理解させ、事象を数学的に考察し処理する能力を育て、数学のよさを認識できるようにするとともに、それらを活用する態度を育てることをねらいとしている。

本時は、確率の基本性質や加法定理を式や図で表現し、互いの考えを説明し合う活動を取り入れ、確率についての「数学的な見方や考え方」の育成を図る。

(イ) 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
数学的活動を通して、確率の考え方に関心をもつとともに、それらを事象の考察に活用しようとする。	数学的活動を通して、確率における数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的に捉え、論理的に考えるとともに思考の過程を振り返り多面的・発展的に考える。	確率において、事象を数学的に考察し、表現し処理する仕方や推論の方法を身に付け、よりよく解決する。	確率における基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けている。

(ウ) 「判断基準」

評価時期及び評価の対象	
11時間構成の第2時	生徒の発表、ノートを観察し、評価する。
尺度	判断基準
B	ア 既習事項である集合に関する知識を利用して、確率の基本性質を式や図で表現できる。 イ 確率の基本性質や加法定理について、図を用いて他の生徒に説明できる。 (予想される生徒の表現例) ・ 集合における要素の個数を求める考え方と確率を求める考え方は、図に表すと同じである。 ・ 一般の和事象の確率を求める考え方は、集合で学習した和集合における要素の個数の求め方と同じである。
	(判断基準Bに加えて) ・ 和集合の知識を踏まえ、互いに排反である場合の確率の加法定理と一般の場合の加法定理の違いについて図を使って説明できる。
A	

B 状況、C 状況の生徒に対する補充・深化指導については、(オ)考察で述べる。

(エ) 本時の実際

過程	学習活動	教師の働き掛け	「思考・判断・表現」の評価 補 補充指導 深 深化指導
導入	1 既習内容を確認する。	簡単な例を踏まえて、集合の内容の復習をさせる。	
	2 本時の学習目標を確認する。	【学習目標】 確率の基本性質や確率の加法定理、一般の和事象の確率を考えよう。	
展開	3 和事象・積事象や互いに排反などの用語を確認する。	問1 白球5個と赤球3個が入っている袋から、2個の球を同時に取り出すとき、2個が同じ色である確率を求めよ。 問の解説の中で、用語について理解できているか、発問を変えて口頭で確認する。	補 組合せの計算を教科書や補助黒板を使って確認する。 補 図をかかせ、事象を確認する。 深 互いに排反である事象と一般の事象について、和事象の確率がどのようになるかを図と式を関連付けながら二つの違いに気付かせる。
	4 確率の加法定理を用いて考える。	問2 1から50までの番号が書かれた50枚のカードから1枚引くとき、その番号が3の倍数または5の倍数である確率を求めよ。 確率の計算方法を確認するとともにペアで互いの解答方法を確認させる。	確率の加法定理、一般の和事象の確率を理解し、図と関連させながら説明することができたか。

(オ) 考察

「判断基準」による指導

「判断基準」に基づき、式を求めたり、図をかかせたりして考えさせる際に、本時に関連する既習事項（集合における要素の個数を求める考え方、共通部分・和集合の考え方など）に着目させた。その結果、式と図を関連付けて考えるようになり、確率の加法定理などについて根拠を明らかにしながら分かりやすく説明することができた。

「判断基準」による見取りと補充・深化指導

「判断基準」による見取りを行うために、生徒の思考の過程が残るように黒板やノートに記述させる。式だけでなく図に表すことで二つの違いについて理解し、説明できたかどうかについて評価する。各学習過程の段階で、適宜補充指導や深化指導を行う。

問1 白球5個と赤球3個が入っている袋から、2個の球を同時に取り出すとき、2個が同じ色である確率を求めよ。

生徒による板書では、特に大きな間違いについては見られなかったが、「互いに排反であるので」といった確認をしていないなど、細かな記述が不十分なものが見られたので、補充指導として図25のような図をかかせることで事象を捉えさせた。また、組合せの計算を振り返らせるために、教科書で考え方を確認し、公式について補助黒板で説明を行った。

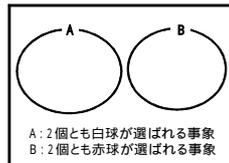


図25 互いに排反である場合

問1
2人とも男子である事象をA
2人とも女子である事象をB
とする。
 $P(A) = \frac{5C_2}{10C_2} = \frac{10}{45}$
 $P(B) = \frac{3C_2}{10C_2} = \frac{3}{45}$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 $= \frac{10}{45} + \frac{3}{45}$
 $= \frac{13}{45}$

【補充指導】

組合せの計算を教科書で確認させたり、補助黒板で説明したりした。

問2 1から50までの番号が書かれた50枚のカードから1枚ひくとき、その番号が3の倍数または5の倍数である確率を求めよ。

一般事象についての確率の加法定理において、「積事象の確率が二重で計算されるため、1回引く必要がある」と反応があり、式の処理だけでなく図26のような図をかかせることで確認させた。それにより、互いに排反である事象との違いに気付いた。

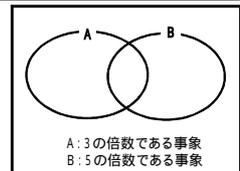


図26 互いに排反でない場合

【深化指導】

二つの問を比較して、その違いについて考えさせる場を設定した。互いに排反である事象の場合(図24)と排反でない事象の場合(図25)における確率の加法定理について、図と式を関連させながら二つの違いに気付く。集合で学んだ知識を応用してペアで説明し合うことができていた。



(カ) 成果と課題

「判断基準」を設定することで、評価したい内容について重点的に指導を行うことができ、授業計画もスムーズに組み立てることができた。

「判断基準」を事前に検討することによって、既習内容と本時の内容をより関連付けることができ、授業の改善ができた。

「判断基準」をどのように設定するかによって、授業のアプローチの仕方が変わるので、系統性や生徒の実態をより把握した上で設定する必要がある。

生徒一人一人の評価を効率的にするための評価方法について、更に研究していく必要がある。